学院：________ 年级/班级：________ 姓名：________ 学号________

装 订 线 内 请 不 要 答 题

安徽师范大学2006－2007学年第一学期

数学与应用数学专业《近世代数》期末考试试卷(A)(时间120分钟)

答案及评分细则

题　号	一	二	三	四	总分
得　分					

得分	评卷人	复核人

一、填空题(每空2分,共20分).

1. 设有集合$A, B, |A| = 3, |B| = 2$, 则可以定义________个从A到B的映射,其中有________个是满射,________个是单射.

2. 设群G的阶是p^m,其中p是素数,m是正整数,则G的真子群的一切可能的阶是________.

3. 设$G = (a)$是循环群,则G与模n的剩余类加群同构的充要条件是________.

4. 设H是群G的子群,$a, b \in G$,则$Ha = Hb$的充要条件是________.

5. 一个有限非交换群至少含有________个元素.

6. 设G是阶为n的交换群,a是G的$m(\leq n)$阶元.群$G/(a)$的阶等于________.

7. 实数域$\mathbb{R}$的理想有________个.

8. 剩余类环$\mathbb{Z}_6$的子环$S = \{[0], [2], [4]\}$.S的单位元是________.

得分	评卷人	复核人

二、判断题(每小题2分,共20分).(对打“$\surd$”, 错打“$\times$”)

1. (　　) 规定实数集$\mathbb{R}$的元素间的关系R为:$\forall a, b \in \mathbb{R}, aRb$ 当且仅当$ab \geq 0$,则R是$\mathbb{R}$的元素间的等价关系.

2. (　　) 任何集合与它的一个真子集之间皆不能有一一映射存在.

3. (　　) 若群G的每个元素都适合方程$x^2=e$,则G是交换群.

4. (　　) 设G是循环群,N是G的子群,则G/N是循环群.

5. (　　) 群G的阶为n, d是n的一个因子, 则G一定有阶为d的子群.

6. (　　) 模47的剩余类环$\mathbb{Z}_{47}$没有零因子.

7. (　　) R是一个有单位元1的环,I是R的一个理想且$1\in I$, 则$I=R$.

8. (　　) 如果环R满足左消去律,则R必定没有右零因子.

9. (　　) I和S是环R的理想且$I\subseteq S\subseteq R$, 若I是R的最大理想,则$S\neq\{0\}$.

10. (　　) 若R是唯一分解环,则$R[x]$也是唯一分解环.

得分	评卷人	复核人

三、计算题(每小题10分共30分).

1.找出模12的剩余类加群的所有子群.

2.设$f(x)=3x^3+5x-4, g(x)=4x^2-x+3$ 均为$\mathbb{Z}_8[x]$中的多项式,在$\mathbb{Z}_8[x]$中计算$f(x)+g(x), f(x)-g(x)$与$f(x)g(x)$并求出它们的次数.

3.求$\mathbb{Z}_{16}[x]$中的方程$x^2=0$的根.

得分	评卷人	复核人

四、证明题(每小题10分共30分).

1. 设a, b分别是群G的3阶和5阶元,且$ab = ba$, 证明：ab的阶是15.

装订线内请不要答题

2. 证明: 有理数域$\mathbb{Q}$是所有复数$a+bi(a,b\in\mathbb{Q})$ 作成的域$\mathbb{Q}(i)$的唯一真子域.

装　订　线　内　请　不　要　答　题

3. 设R是主理想环,$a(\neq 0)\in R$. 证明: 在R中有且仅有有限个理想包含a.