第十章 原子核

10.1 ${}_1^1H$和${}_0^1n$的质量分别是1.0078252和1.0086654质量单位，算出${}_6^{12}C$中每个核子的平均结合能（1原子量单位=$931.5MeV/c^2$）.

解：原子核的结合能为：$E=(ZE_H+Nm-m_A)\times 931.5MeV$

核子的平均结合能为：$\overline{E}_0=\dfrac{E}{A}$

$\therefore \overline{E}=\dfrac{1}{A}(6\times m_p+6m_n-m_A)\times 931.5MeV=7.680MeV$

10.2 从下列各粒子的质量数据中选用需要的数值，算出${}_{14}^{30}Si$中每个核子的平均结合能:

e:　0.000548, ${}_1^2H$:　2.014102, ${}_0^1n$:　1.008665

${}_{14}^{30}Si$:　29.973786, ${}_1^1H$:　1.007825

解：$\overline{E}_0=\dfrac{E}{A}=\dfrac{1}{A}(Zm_{{}_1^1H}+Nm_{{}_0^1n}-m_{ASi})\times 931.5MeV=8.520MeV$

10.3 ${}_{90}^{232}Th$放射α射线成为${}_{88}^{228}R_\alpha$.从含有 1 克${}_{90}^{232}Th$的一片薄膜测得每秒放射4100粒α粒子,试计算出${}_{90}^{232}Th$的半衰期为1.4×10^{10}年.

解:根据放射性衰变规律:$N=N_0e^{-\lambda t}$

如果在短时间dt内有dN个核衰变,则衰变率dN/dt必定与当时存在的总原子核数目N成正比,即:

$$-\frac{dN}{dt}=\lambda N=\lambda N_0e^{-\lambda t}$$

此式可写成：$\lambda e^{-\lambda t}=\dfrac{-\frac{dN}{dt}}{N_0}\cdots\cdots$（1）

其中　$\lambda e^{-\lambda t}=\dfrac{-\frac{dN}{dt}}{N_0}$,　　$-\dfrac{dN}{dt}=4100$,　　$N_0=\dfrac{6.02\times 10^{23}}{232}=26\times 10^{20}$

将各已知量代入（1）式，得：

$\lambda e^{-\lambda}=\dfrac{4100}{26\times 10^{20}}=\dfrac{41}{26\times 10^{18}}\cdots\cdots$（2）

因为 ${}^{232}_{90}Th$ 的半衰期为 1.4×10^{10} 年，所以可视 λ 为很小，因此可以将 $e^{+\lambda}$ 展成级数，取前两项即有：$e^{+\lambda}\approx1+\lambda$，（2）式变为：$\frac{\lambda}{\lambda+1}=\frac{41}{26\times10^{18}}$

由此得：$\lambda=1.58\times10^{-18}$ /秒

$$T=\frac{\ln 2}{\lambda}=0.438\times10^{18}\text{秒}=1.4\times10^{10}\text{年}$$

10.4 在考古工作中,可以从古生物遗骸中 ${}^{14}C$ 的含量推算古生物到现在的时间 t. 设 ρ 是古生物遗骸中 ${}^{14}C$ 和 ${}^{12}C$ 存量之比, ρ_0 是空气中 ${}^{14}C$ 和 ${}^{12}C$ 存量之比, 是推导出下列公式: $t=T\frac{\ln(\rho_0/\rho)}{\ln 2}$ 式中 T 为 ${}^{14}C$ 的半衰期.

证: ${}^{14}C$ 的衰变定律　$N({}^{14}C)=N_0({}^{14}C)e^{-\lambda t}$

容易推得衰变常数λ和半衰期 T 之间的关系为：$\lambda=\frac{\ln 2}{T}$

对上述第一个式子，方程两边同时除以古生物遗骸中 ${}^{12}C$ 的原子数。

$$\frac{N({}^{14}C)}{N({}^{12}C)}=\frac{N_0({}^{14}C)}{N({}^{12}C)}e^{-\lambda t}$$

显然方程左边两项的比值即为ρ。方程右边的系数项的意义为:古生物刚刚死亡时体内 ${}^{14}C$ 与 ${}^{12}C$ 的含量比，该比值与当时大气中 ${}^{14}C$ 与 ${}^{12}C$ 的含量比相同。而地球上 ${}^{14}C$ 与 ${}^{12}C$ 的含量比，保持动态平衡，随着年代的改变几乎为一常数。也就是说方程右边的系数项与当前大气中的 ${}^{14}C$ 与 ${}^{12}C$ 的含量比相同，即为 ρ_0

因此　$\rho=\rho_0e^{-\lambda t}$

$$\lambda t=\ln\frac{\rho_0}{\rho}$$

$$\therefore t=\frac{1}{\lambda}\ln\frac{\rho_0}{\rho}=T\frac{\ln(\rho_0/\rho)}{\ln 2}$$

10.5 核力在原子核大小的距离内有很强的吸引力，它克服了质子间的（元素氢除外，那里只有一粒质子）库仑推斥力的作用而使原子核结合着，足见在原子核中核力的作用超过质子间的库仑推斥力作用；从质子间推斥力的大小可以忽略地了解到核力大小的低限。试计算原子核中两粒质子间的库仑推斥力的大小

（用公斤表示）。（质子间的距离用10^{-15}米）

解：$f=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{R^2}=23kg$

10.6 算出 ${}_3^7Li(p,a)_2^4He$ 的反应能．有关同位素的质量如下：${}_1^1H,1.007825;{}_2^4He,4.002603;{}_3^7Li,7.015999$。

解：核反应方程式如下：

$${}_3^7Li+{}_1^1p\rightarrow{}_2^4He+{}_2^4He$$

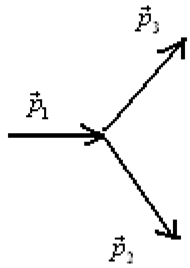
$$Q=[(m_0+m_1)-(m_2+m_3)]c^2$$

$$=[(7.015999+13.007825)-(2\times4.002603)]\times931.5MeV$$

$$=17.35MeV$$

反应能是$17.35MeV$，大于零，是放能反应。

10.7 在第六题的核反应中，如果以 1MeV 的质子打击Li，问在垂直于质子束的方向观测到的${}_2^4He$能量有多大？



解：核反应中的总质量和联系的总能量守恒、动量守恒。设${}_2^4He$核飞出方向与沿入射质子的方向之间的夹角为θ，则反应能 Q：

$Q=(1+\frac{A_2}{A_3})E_2-(1-\frac{A_1}{A_3})E_1-\frac{2\sqrt{A_1A_2E_1E_2}}{A_3}\cos\theta$ （质量之比改为质量数之比）

$\theta=90^0$，$\Rightarrow\quad Q=(1+\frac{A_2}{A_3})E_2-(1-\frac{A_1}{A_3})E_1$

$$\Rightarrow\quad E_2=\frac{Q+E_1(1-\frac{A_1}{A_3})}{1+A_2/A_3}=\frac{17.35+1\times(1-\frac{1}{4})}{1+1}=9.05MeV$$

10.8 试计算 1 克${}^{235}U$裂变时全部释放的能量约为等于多少煤在空气中燃烧所放出的热能（煤的燃烧约等于33×10^6焦耳/千克；$1MeV=1.6\times10^{-13}$焦耳）。

解：裂变过程是被打击的原子核先吸收中子形成复核，然后裂开。

$${}_{92}^{235}U+{}_0^1n\rightarrow{}_{92}^{236}U\rightarrow X+Y$$

我们知道，在 A=236 附近，每个核子的平均结合能是 7.6MeV；在 A=118 附

近，每一个核子的平均结合能量是 8.5 MeV。所以一个裂为两个质量相等的原子核并达到稳定态时，总共放出的能量大约是：

$$\varepsilon = 2\times\frac{236}{2}\times 8.5MeV - 236\times 7.6MeV = 210\,MeV$$

而$1MeV = 1.6\times10^{-13}$焦耳，所以：$\varepsilon = 3.36\times10^{-11}$焦耳。

1 克 ^{235}U 中有 N 个原子；$N = \frac{MN_0}{A} = 2.56\times10^{21} \quad \Rightarrow E = N\varepsilon = 8.6\times10^{10}$焦耳

它相当的煤质量$M = 2.6\times10^{3}$公斤$=2.6$吨。

10.9 计算按照（10.8-1）式中前四式的核聚变过程用去 1 克氘所放出的能量约等于多少煤在空气中燃烧所放出的热能（煤的燃烧热同上题）。

解：完成此四个核反应共用六个^2H，放出能量 43.2 MeV，平均每粒^2H放出 7.2 MeV。1 克氘包含 N 粒^2H，则 $N = \frac{MN_0}{A} = 3.0\times10^{23}$

所以 1 克氘放出的能量约等于：

$$E = N\times 7.2MeV = 2.2\times10^{24}MeV = 3.5\times10^{11}\text{焦耳}$$

与它相当的煤：$M = \frac{E}{a} \approx 10.6\times10^{3}$公斤 $=10.6$吨

10.10 包围等离子体的磁通量密度 B 是2韦伯/米^2，算出被围等离子体的压强。

解：根据公式:$P_{内} + \frac{B^2{}_{内}}{2\mu_0} = \frac{B_{外}{}^2}{2\mu_0}$得：

$P_{内} = \frac{B^2{}_{内}}{2\mu_0} - \frac{B_{外}{}^2}{2\mu_0}$，式中$P_{内}$是等离子体的压强；B 是磁通密度；$\mu_0$是真空中的磁导率，等于$4\pi\times10^{-7}$亨/米，设$B_{内}$小到可以忽略，则得到：

$$P_{内} = \frac{B_{外}{}^2}{2\mu_0} = 15.92\times10^{5}\text{牛顿/米}^2$$

因 1大气压$=10.13\times10^{4}$牛顿/米^2，故 $P_{内} = 15.7$大气压