第六章　磁场中的原子

6.1 已知钒原子的基态是$^4F_{3/2}$。（1）问钒原子束在不均匀横向磁场中将分裂为几束？（2）求基态钒原子的有效磁矩。

解：（1）原子在不均匀的磁场中将受到力的作用，力的大小与原子磁矩（因而于角动量）在磁场方向的分量成正比。钒原子基态$^4F_{3/2}$之角动量量子数$J=3/2$，角动量在磁场方向的分量的个数为$2J+1=2\times\frac{3}{2}+1=4$，因此，基态钒原子束在不均匀横向磁场中将分裂为 4 束。

（2）$\mu_J=g\frac{e}{2m}P_J$　　　$P_J=\sqrt{J(J+1)}h=\frac{\sqrt{15}}{2}h$

按 LS 耦合：$g=1+\frac{J(J+1)-L(L+1)+S(S+1)}{2J(J+1)}=\frac{6}{15}=\frac{2}{5}$

$$\therefore\mu_J=\frac{2}{5}\cdot\frac{e}{2m}\cdot\frac{\sqrt{15}}{2}\cdot h=\frac{\sqrt{15}}{5}\mu_B\approx0.7746\mu_B$$

6.2 已知He原子$^1P_1\to{}^1S_0$跃迁的光谱线在磁场中分裂为三条光谱线，其间距$\Delta\tilde{\nu}=0.467/$厘米，试计算所用磁场的感应强度。

解：裂开后的谱线同原谱线的波数之差为：

$$\Delta\tilde{\nu}=\frac{1}{\lambda'}-\frac{1}{\lambda}=(M_2g_2-M_1g_1)\frac{Be}{4\pi mc}$$

对应$^1P_1$原子态，$M_2=1,0,-1$；$S=0,L=1,J=1$，$g_2=1$。

对应$^1S_0$原子态，$M_1=0$，$S=0,L=0,J=0$，$g_2=1$。

$$\Delta\tilde{\nu}=(1,0,-1)Be/4\pi mc$$

又因谱线间距相等：$\Delta\tilde{\nu}=Be/4\pi mc=0.467/\mathrm{cm}$。

$$\therefore B=\frac{4\pi mc}{e}\times0.467=1.0\mathrm{T}$$

6.3 Li漫线系的一条谱线$(3^2D_{3/2}\to2^2P_{1/2})$在弱磁场中将分裂成多少条谱线？试作出相应的能级跃迁图。

解：$3^2D_{3/2}$能级：$L=2,S=\frac{1}{2},J=\frac{3}{2},$

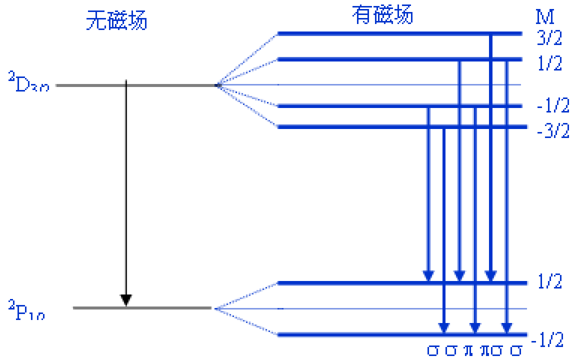
$M = \frac{3}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}$

$g_2 = 1 + \frac{j(j+1) - l(l+1) + s(s+1)}{2j(j+1)} = \frac{4}{5}$

$2^2P_{1/2}$　能级：$L = 2, S = \frac{1}{2}, J = \frac{1}{2},$

$M = \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$，$g_1 = \frac{2}{3}$

$\Delta\tilde{v} = (-\frac{26}{30}, -\frac{22}{30}, -\frac{2}{30}, \frac{2}{30}, \frac{22}{30}, \frac{26}{30})L$



所以：在弱磁场中由$3^2D_{3/2} \to 2^2P_{1/2}$跃迁产生的光谱线分裂成六条，谱线之间间隔不等。

6.4 在平行于磁场方向观察到某光谱线的正常塞曼效应分裂的两谱线间波长差是$0.40\overset{o}{A}$。所用的磁场的 B 是 2.5 特斯拉，试计算该谱线原来的波长。

解：对单重项（自旋等于零）之间的跃迁所产生的谱线可观察到正常塞曼效应。它使原来的一条谱线分裂为三条，两个σ成分，一个π成分。π成分仍在原来位置，两个σ成分在π成分两侧，且与π成分间的波数间隔都是一个洛仑兹单位 L。由：

$$|\Delta\tilde{v}| = \Delta\lambda / \lambda^2 = L \qquad 其中\ L = Be/4\pi mc$$

$$\Rightarrow \quad \lambda = \sqrt{\frac{\Delta\lambda}{L}} \approx 4.1405 \times 10^{-7}米 = 4140.5\overset{o}{A}$$

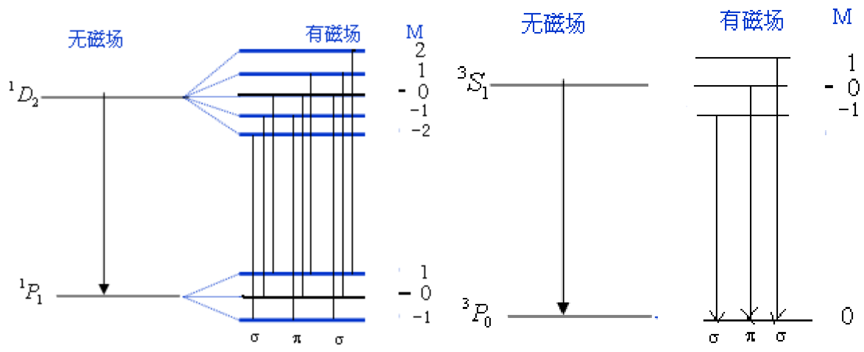
6.5 氦原子光谱中波长为$6678.1\overset{o}{A}(1s3d\,^1D_2 \to 1s2p\,^1P_1)$及$7065.1\overset{o}{A}(1s3s\,^1S_1 \to 1s2p\,^3P_0)$的两条谱线，在磁场中发生塞曼效应时应分裂成几条？分别作出能级跃迁图。问哪一个是正常塞曼效应？哪个不是？为什么？

解：（1）$^1D_2$谱项：$L = 2, S = 0, J = 2, M_2 = \pm2, \pm1, 0, g_2 = 1$。

$^1P_1$谱项：$L = 1, S = 0, J = 1, M_1 = \pm1, 0, g_1 = 1$

$\Delta\tilde{v} = (-1, 0, +1)L$。可以发生九种跃迁，但只有三个波长，所以$\lambda = 6678.1\overset{o}{A}$的光谱线分裂成三条光谱线，且裂开的两谱线与原谱线的波数差均为 L，是正常塞曼效应。

（2）对$^3S_1$能级：$L = 0, S = 1, J = 1, M_2 = \pm1, 0, g_2 = 2$



对$^3P_0$能级：$L=1, S=1, J=0, M_1=0, g_1=\frac{0}{0}$，$M_1 g_1=0$

$\Delta\tilde{\nu}=(-2,0,+2)L$，所以$\lambda=7065.1\overset{o}{A}$的光谱线分裂成三条，裂开的两谱线与原谱线的波数差均为 2L，所以不是正常塞曼效应。

6.6 Na原子从$3^2P_{1/2}\rightarrow 3^2S_{1/2}$跃迁的光谱线波长为$5896\overset{o}{A}$，在 B=2.5 特斯拉的磁场中发生塞曼分裂。问从垂直于磁场方向观察，其分裂为多少条光谱线？其中波长最长和最短的两条光谱线的波长各为多少$\overset{o}{A}$？

解：对于$3^2P_{1/2}$能级：$L=1, S=\frac{1}{2}, J=\frac{1}{2}, M_2=\pm\frac{1}{2}, g_2=\frac{2}{3}$

对于$3^2S_{1/2}$能级：$L=0, S=\frac{1}{2}, J=\frac{1}{2}, M_1=\pm\frac{1}{2}, g_1=2$

$\Delta\tilde{\nu}=(-\frac{4}{3},-\frac{2}{3},\frac{2}{3},\frac{4}{3})L$，所以从垂直于磁场方向观察，此谱线分裂为四条。

根据塞曼效应中裂开后的谱线同原谱线波数之差的表达式：

$\Delta\tilde{\nu}=\Delta(\frac{1}{\lambda})=-\Delta\lambda/\lambda^2$，$|\Delta\tilde{\nu}|=\Delta\lambda/\lambda^2=\frac{4}{3}L$

因此，波长改变$\Delta\lambda$为：$\Delta\lambda=\frac{4}{3}L\lambda^2=0.54\overset{o}{A}$

最长的波长λ_{max}为：　　$\lambda_{max}=\lambda+\Delta\lambda=5896.54\overset{o}{A}$

最短的波长λ_{min}为：　　$\lambda_{min}=\lambda-\Delta\lambda=5895.46\overset{o}{A}$

6.7 Na 原子从 $3P\rightarrow 3S$ 跃迁的精细结构为两条，波长分别为 5895.93 埃和 5889.96 埃。试求出原能级$^2P_{3/2}$在磁场中分裂后的最低能级与$^2P_{1/2}$分裂后的最

高能级相并合时所需要的磁感应强度B。

解：对 $^2P_{3/2}$能级：$l=1, s=\frac{1}{2}, j=\frac{3}{2}, M=\pm\frac{3}{2},\pm\frac{1}{2}, g=\frac{4}{3}$;

$^2P_{1/2}$能级：$l=1, s=\frac{1}{2}, j=\frac{1}{2}, M=\pm\frac{1}{2}, g=\frac{2}{3}$;

磁场引起的附加能量为：$\Delta E = Mg\frac{he}{4\pi m}B$

设 $^2P_{3/2}, {}^2P_{1/2}, {}^2S_{1/2}$, 对应的能量分别为 E_2, E_1, E_0，跃迁

$^2P_{3/2} \to {}^2S_{1/2}, {}^2P_{1/2} \to {}^2S_{1/2}$, 产生的谱线波长分别为 λ_2, λ_1；那么，

$\lambda_2 = 5889.96\overset{o}{A}, \lambda_1 = 5895.93\overset{o}{A}$。$^2P$ 能级在磁场中发生分裂，$^2P_{3/2}, {}^2P_{1/2}$, 的附加磁能分别记为 $\Delta E_2, \Delta E_1$；现在寻求 $E_2 + \Delta E_2 = E_1 + \Delta E_1$ 时的B。

$$E_2 - E_1 = \Delta E_1 - \Delta E_2 = (M_1 g_1 - M_2 g_2)\frac{eh}{4\pi m}B$$

由此得：$\frac{(E_2 - E_1) - (\Delta E_1 - \Delta E_2)}{hc} = (M_1 g_1 - M_2 g_2)\frac{eB}{4\pi mc}$

即：$\frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1} = (M_1 g_1 - M_2 g_2)\frac{eB}{4\pi mc}$

因此，有：$B = \frac{4\pi mc}{e}\frac{1}{M_1 g_1 - M_2 g_2}(\frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1})$

其中 $M_1 g_1 = \frac{1}{3}, M_2 g_2 = -2$，将它们及各量代入上式得：B=15.8 特斯拉。

6.8 已知铁（^5D）的原子束在横向不均匀磁场中分裂为9束。问铁原子的J值多大？其有效磁矩多大？如果已知上述铁原子的速度 $v=10^3$米/秒，铁的原子量为55.85，磁极范围 $L_1 = 0.03$米，磁铁到屏的距离 $L_2 = 0.10$米，磁场中横向的磁感应强度的不均匀度 $\frac{dB}{dy} = 10^3$ 特斯拉/米，试求屏上偏离最远的两束之间的距离d。

解：分裂得条数为2J+1, 现2J+1=9。所以J=4，$^5D_4$ 原子态，$g=\frac{3}{2}$。有效磁矩为：$\mu_J = g\frac{e}{2m}P_J = g\sqrt{J(J+1)}\mu_B = 3\sqrt{5}\mu_B = 6.21\times10^{-23}$安·米^2

与第二章 11 题相似，$d=\frac{L_1(L_1+2L_2)dB/dyu_y}{mv^2}=0.004m=4mm$

6.9 铊原子气体在$^2P_{1/2}$状态。当磁铁调到 B=0.2 特斯拉时，观察到顺磁共振现象。问微波发生器的频率多大？

解：对$^2P_{1/2}$原子态：$L=1,S=\frac{1}{2},J=\frac{1}{2},g=\frac{2}{3}$

由$hv=g\mu_B B$ 得 $v=g\mu_B B/h$

代入各已知数，得$v=1.87\times10^9$秒$^{-1}$。

6.10 钾原子在 B=0.3 特斯拉的磁场中，当交变电磁场的频率为8.4×10^9赫兹时观察到顺磁共振。试计算朗德因子g，并指出原子处在何种状态？

解：由公式$hv=g\mu_B B$，得：$g\approx2$

钾外层只有一个价电子，所以$s=\frac{1}{2},j=l+s$或$l-s$

由$g=1+\frac{j(j+1)-l(l+1)+s(s+1)}{2j(j+1)}=2$ 可知$l=0$

$$\therefore j=\frac{1}{2}$$

因此钾原子处于$^2S_{\frac{1}{2}}$状态。

6.11 氩原子（Z=18）的基态为$^1S_0$；钾原子（Z=19）的基态为$^2S_{\frac{1}{2}}$；钙原子（Z=20）的基态为$^1S_0$；钪原子（Z=21）的基态为$^2D_{\frac{3}{2}}$。问这些原子中哪些是抗磁性的？哪些是顺磁性的？为什么？

答：凡是总磁矩等于零的原子或分子都表现为抗磁性；总磁矩不等于零的原子或分子都表现为顺磁性。

而总磁矩为$\mu_J=g\frac{e}{2m}P_J=g\sqrt{J(J+1)}\mu_B$

氩原子的基态为$^1S_0$：$L=0,S=0,J=0$所以有$\mu_J=0$故氩是抗磁性的。同理，钙也是抗磁性的。

钾原子的基态为$^2S_{\frac{1}{2}}$：$L=0,S=\frac{1}{2},J=\frac{1}{2},g=2$，所以有$\mu_J\neq0$，故钾是顺磁

性的。钪原子的基态为$^2D_{\frac{3}{2}}$： $L=2,S=\frac{1}{2},J=\frac{3}{2},g=\frac{4}{5}$，所以有$\mu_J\neq 0$，故钪也是顺磁性的。

6.12 若已知钒（^4F），锰（^6S），铁（^5D）的原子束，按照史特恩-盖拉赫实验方法通过及不均匀的磁场时，依次分裂成 4，6 和 9 个成分，试确定这些原子的磁矩的最大投影值。括号中给出了原子所处的状态。

解：原子的磁矩μ_J在磁矩方向的分量为μ_Z： $\mu_Z=-Mg\mu_B$

μ_J在磁场中有 2J+1 个取向。μ_J在磁场中的最大分量： $\mu_{Z最大}=Jg\mu_B$

（1）对于钒（^4F）：因为 2S+1=4，所以：自旋 S=3/2

因为是 F 项，所以角量子数 L=3,因为在非均匀磁场中，其原子束分裂为 4 个成分，则有 2J+1=4，所以 J=3/2。

根据 S、L、J 值求得 g 为:

$$g=1+\frac{J(J+1)-L(L+1)+S(S+1)}{2J(J+1)}=\frac{2}{5}$$

$$\mu_{Z最大}=Jg\mu_B=\frac{3}{2}\times\frac{2}{5}\mu_B=\frac{3}{5}\mu_B$$

（2）锰（^6S）: 因为 2S+1=6，所以：自旋 S=5/2

因为是 S 项，所以角量子数 L=0,因为在非均匀磁场中，其原子束分裂为 6 个成分，则有 2J+1=6，所以 J=5/2。

因为 L=0,所以 g=2, $\mu_{Z最大}=Jg\mu_B=5\mu_B$

（3）铁（^5D）: 因为 2S+1=5，所以：自旋 S=2

因为是 D 项，所以角量子数 L=2,因为在非均匀磁场中，其原子束分裂为 9 个成分，则有 2J+1=9，所以 J=4。

根据 S、L、J 值求得 g 为:

$$g=1+\frac{J(J+1)-L(L+1)+S(S+1)}{2J(J+1)}=\frac{3}{2}$$

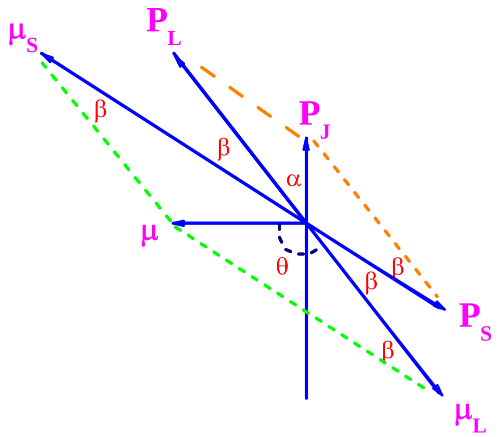
$$\mu_{Z最大}=Jg\mu_B=4\times\frac{3}{2}\mu_B=6\mu_B$$

6.13 （杨福家教材 210 页习题 4-3）试证实：原子在$^6G_{3/2}$态的磁矩等于零。并通过原子矢量模型对这一事实做出解释。

解：$^6G_{3/2}$ 态的各种量子数 S = (6 − 1)/2 = 5/2　L = 4　J = 3/2

该原子态的 Lande g 因子：$g=1+\dfrac{3/2\times 5/2-4\times 5+5/2\times 7/2}{2\times 3/2\times 5/2}=0$

原子处于该态时的磁矩：$\mu_J=g\times\sqrt{J(J+1)}\mu_B=0$ （J/T）



利用矢量模型对这一事实进行解释：

各类角动量和磁矩的矢量图如上。其中

$P_S=[S(S+1)]^{1/2}\hbar=(35/4)^{1/2}\hbar$　$P_L=[L(L+1)]^{1/2}\hbar=(20)^{1/2}\hbar$　$P_J=[J(J+1)]^{1/2}\hbar=(15/4)^{1/2}\hbar$

$\mu_S=g_S\times[S(S+1)]^{1/2}\times\mu_B=(35)^{1/2}\mu_B$　$\mu_L=g_l\times[L(L+1)]^{1/2}\times\mu_B$

利用P_S、P_L、P_J之间三角形关系可求出 $\alpha=30°$　$\cos\beta=\dfrac{5}{2\sqrt{7}}$

由已知的$\cos\beta$ 、μ_S 、μ_L 可求出 $\mu=\sqrt{5}\mu_B$　以及 $\theta=120°$

所以 $\theta-\alpha=90°$。即 矢量 μ 与 P_J 垂直、μ 在 P_J 方向的投影为 0。