

第八章 X 射线

8.1 某 X 光机的高压为 10 万伏，问发射光子的最大能量多大？算出发射 X 光的最短波长。

解：电子的全部能量转换为光子的能量时，X 光子的波长最短。而光子的最大能量是： $\varepsilon_{\max} = Ve = 10^5$ 电子伏特

$$\text{而 } \varepsilon_{\max} = h \frac{c}{\lambda_{\min}} \text{ 所以 } \lambda_{\min} = h \frac{c}{\varepsilon_{\max}} = \frac{6.63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{10^5 \times 1.60 \times 10^{-19}} = 0.124 \text{ \AA}$$

8.2 利用普通光学反射光栅可以测定 X 光波长。当掠射角为 θ 而出现 n 级极大值出射光线偏离入射光线为 $2\theta + \alpha$ ， α 是偏离 θ 级极大出射线的角度。试证：出现 n 级极大的条件是

$$2d \sin \frac{2\theta + \alpha}{2} \sin \frac{\alpha}{2} = n\lambda$$

d 为光栅常数（即两刻纹中心之间的距离）。当 θ 和 α 都很小时公式简化为

$$d(\theta\alpha + \frac{\alpha^2}{2}) = n\lambda.$$

解：相干光出现极大的条件是两光束光的光程差等于 $n\lambda$ 。而光程差为：

$$CD - AB = d \cos \theta - d \cos(\theta + \alpha) = 2d \sin \frac{2\theta + \alpha}{2} \sin \frac{\alpha}{2}$$

根据出现极大值的条件应有

$$2d \sin \frac{2\theta + \alpha}{2} \sin \frac{\alpha}{2} = n\lambda$$

当 θ 和 α 都很小时，有 $\sin \frac{2\theta + \alpha}{2} \approx \frac{2\theta + \alpha}{2} = \theta + \frac{\alpha}{2}$ ； $\sin \frac{\alpha}{2} \approx \frac{\alpha}{2}$

由此，上式化为： $d(\theta + \frac{\alpha}{2})\alpha = n\lambda$ ；

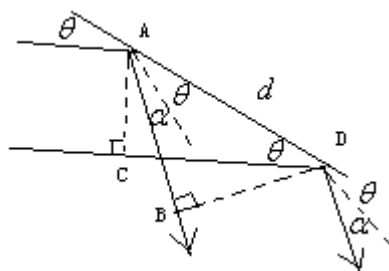
$$\text{即 } d(\theta\alpha + \frac{\alpha^2}{2}) = n\lambda$$

8.3 一束 X 光射向每毫米刻有 100 条纹的反射光栅，其掠射角为 $20'$ 。已知第一级极大出现在离 0 级极大出现射线的夹角也是 $20'$ 。算出入射 X 光的波长。

解：根据上题导出公式：

$$2d \sin \frac{2\theta + \alpha}{2} \sin \frac{\alpha}{2} = n\lambda$$

由于 $\theta = 20'$ ， $\alpha = 20'$ ，二者皆很小，故可用简化公式： $d(\theta\alpha + \frac{\alpha^2}{2}) = n\lambda$



由此，得： $\lambda = \frac{d\alpha}{n}(\theta + \frac{\alpha}{2}) = 5.08 \text{ \AA}$

8.4 已知 Cu 的 K_{α} 线波长是 1.542 \AA ，以此 X 射线与 NaCl 晶体自然而成 $15^{\circ}50'$ 角入射而得到第一级极大。试求 NaCl 晶体常数 d 。

解：已知入射光的波长 $\lambda = 1.542 \text{ \AA}$ ，当掠射角 $\theta = 15^{\circ}50'$ 时，出现一级极大 ($n=1$)。由 $n\lambda = 2d \sin \theta \Rightarrow d = \frac{\lambda}{2 \sin \theta} = 2.825 \text{ \AA}$

8.5 铝 (Al) 被高速电子束轰击而产生的连续 X 光谱的短波限为 5 \AA 。问这时是否也能观察到其标志谱 K 系线？

解：短波限 X 光子能量等于入射电子的全部动能。因此

$$\varepsilon_{\text{电}} = h \frac{c}{\lambda} \approx 2.48 \times 10^3 \text{ 电子伏特}$$

要使铝产生标志谱 K 系，则必须使铝的 1S 电子吸收足够的能量被电离而产生空位，因此轰击电子的能量必须大于或等于 K 吸收限能量。吸收限能量可近似的表示为：

$$E_K = \frac{Rhc}{n^2} (Z - \sigma)^2$$

这里， $n=1, \sigma=1, Z=13$ ；所以有：

$$\begin{aligned} E_K &= 13^2 Rhc \approx 13^2 R_{\infty} hc \\ &= 169 \times 1.097 \times 10^7 \times 6.63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8 \\ &= 2.30 \times 10^3 \text{ 电子伏特} \end{aligned}$$

故能观察到。

8.6 已知 Al 和 Cu 对于 $\lambda = 0.7 \text{ \AA}$ 的 X 光的质量吸收系数分别是

$0.5 \text{ m}^2/\text{kg}$ 和 $5.0 \text{ m}^2/\text{kg}$ ，Al 和 Cu 的密度分别是 $2.7 \times 10^3 \text{ kg}/\text{m}^3$ 和

$8.93 \times 10^3 \text{ kg}/\text{m}^3$ 。现若分别单独用 Al 板或 Cu 板作挡板，要 $\lambda = 0.7 \text{ \AA}$ 的 X 光的强度减至原来强度的 $1/100$ 。问要选用的 Al 板或 Cu 板应多厚？

解： $I = I_0 e^{-\mu x}$ ，因为 X 光子能量较低，通过物质时，主要是电离吸收，故可只考虑吸收而略掉散射， $\mu \approx \tau$ 。 $I = I_0 e^{-\tau x} = I_0 e^{-(\tau/\rho)(\rho x)}$ 。

对铝， $(\frac{\tau}{\rho}) = 0.5 \text{ m}^2/\text{kg}$ ， $\rho = 2.7 \times 10^3 \text{ kg}/\text{m}^3$ ， $\frac{I}{I_0} = \frac{1}{100}$

所以： $x_{\text{Al}} = -\frac{\ln(I/I_0)}{(\tau/\rho)\rho} = 3.4 \text{ mm}$

同理，对 Cu: $x_{Cu} = 0.1mm$

8.7 为什么在 X 光吸收光谱中 K 系带的边缘是简单的，L 系带是三重的，M 系带是五重的？

答：吸收谱的 K、L、M、……系是高能 X 光子分别将 $n=1, 2, 3, \dots$ 壳层的电子电离而产生的。每一谱线的锐边相当于一极限频率，在这频率下，X 光子恰好把电子从相应壳层电离而不使其具有动能。对应于 X 射线能级的谱项公式是：

$$T = \frac{R(Z - \sigma)^2}{n^2} + \frac{R\alpha^2(Z - S)^4}{n^4} \left(\frac{n}{K} - \frac{3}{4} \right) + \dots$$

式中 σ 对不同的 n 和不同的 l 都不同， $K=J+1/2$ 。由于 J 不同也有不同的谱项数。

对于 K 壳层， $n=1, l=0, J = \frac{1}{2}$ ， σ 只有一个值，只有一个光谱项，所以 K 系带的边缘是简单的。

对于 L 壳层 $n=2$ 有三组量子数（三个光谱项）： $(l=0, J = \frac{1}{2}), (l=1, J = \frac{1}{2}), (l=1, J = \frac{3}{2})$ 。所以，L 系有三个吸收限，即是三重的。

同理 M 壳层， $n=3$ ，可以有五组量子数： $(l=0, J = \frac{1}{2}), (l=1, J = \frac{1}{2}), (l=1, J = \frac{3}{2}), (l=2, J = \frac{3}{2}), (l=2, J = \frac{5}{2})$ 。此五组量子数分别对应五个光谱项值，所以 M 系带有五个吸收限，即是五重的。同理可知：N 系是七重的。O 系是九重的。

8.8 试证明 X 光标识谱和碱金属原子光谱有相仿的结构。

证明：我们以 X 光谱 L 系与碱金属光谱进行比较。L 系是由外层电子向 L 壳层 ($n=2$) 上的空位跃迁时发射的。它可分成三个小系。 L_I 系是电子由诸 $n > 2$ 的 p 能级向 $2s$ 能级跃迁产生的。 s 能级是单层的， p 能级是双层的且间隔随 n 的增大而逐渐减小。所以 L_I 系由双线构成且随波数增加而双线间隔缩小。对应的碱金属主线系也是诸 p 能级向较低的 s 能级跃迁产生的，而 p 、 s 能级结构与 X 能级相仿。所以其光谱具有相仿的结构。 L_{II} 系是由诸的 $n > 3$ 能级跃迁到 $2P$ 能级上产生的，而 s 是单层的， p 是双层的。所以 L_{II} 系谱必是由一组等间距的双线构成。 L_{II} 系对应于碱金属第二辅线系的跃迁。它们有相仿的结构。同理， L_{III} 系与碱金属第一辅线系有相仿结构。其他 X 光谱系也具有同碱金属相仿的结构。

X 光标志谱之所以与碱金属原子光谱具有相仿的结构，在于满壳层缺少一个

电子形成的原子态同具有一个价电子的原子态相同。X 能级是有满壳层缺少一个电子构成的；碱金属能级是一个价电子形成的。根据第七章习题 8 的证明，它们应有相同的谱项，因而具有相仿的结构。在跃迁时，它们服从同样的选择定则，因此它们应有相仿的光谱线系。